

Kazanmak Artık Kolay...

TABAN ARİTMETİĞİ

Çözümler

1.
$$\begin{array}{r|l|l} 52 & 5 & \\ - 50 & 10 & 5 \\ \hline 2 & 10 & \\ & 10 & \\ \hline & 0 & 2 \end{array}$$

O halde $52 = (202)_5$

Doğru cevap B seçeneğidir.

2.
$$\begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ - 10 & \\ \hline & \textcircled{2} \\ & \textcircled{3} \end{array}$$

ise $13 = (23)_5$ 'dir.

$$\begin{aligned} 13 + \frac{3}{25} &= (23)_5 + 3 \cdot 5^{-2} \\ &= (23)_5 + (0,03)_5 \\ &= (23,03)_5 \end{aligned}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$\begin{aligned} 3. \quad \binom{10}{23}_6 &= 2.6^1 + 3.6^0 \\ &= 12 + 3 \\ &= 15 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

4. Öncelikle sayıları onluk tabana çevirelim.

$$\begin{aligned} \binom{210}{213}_4 &= 2.4^2 + 1.4^1 + 3.4^0 \\ &= 32 + 4 + 3 \\ &= 39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \binom{10}{22}_3 &= 2.3^1 + 2.3^0 \\ &= 6 + 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

☐ halde

$$\begin{aligned} \binom{213}{4} - \binom{22}{3} &= 39 - 8 \\ &= 31 \text{ bulls} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l|l} 31 & 4 & \\ - 28 & 7 & 4 \\ \hline \textcircled{3} & \textcircled{3} & \textcircled{1} \end{array}$$

$$31 = (133)_4 \text{ tür.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

5. Sayının onluk tabana çevrilmiş hali

$$\begin{aligned} \binom{210}{a23}_4 &= a \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 \\ &= 16a + 8 + 3 \\ &= 16a + 11 \end{aligned}$$

olduğuna göre

$$(a_{23})_4 = 59$$

$$16a + 11 = 59$$

$$16a = 48$$

$a = 3$ 'tür.

Doğru cevap D seçeneğidir.

6. Sayıları onluk tabana çevirelim.

$$\begin{aligned} (aa)_4^{10} &= a \cdot 4^1 + a \cdot 4^0 \\ &= 4a + a \\ &= 5a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (bb)_5^{10} &= b \cdot 5^1 + b \cdot 5^0 \\ &= 5b + b \\ &= 6b \text{ dir.} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcc} (aa)_4 + (bb)_5 = 27 \\ 5a + 6b = 27 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad 2 \end{array}$$

olduğuna göre

$a + b = 3 + 2 = 5$ bulunur.

Doğru cevap B seçeneğidir.

Çözümler

7. Tabanları aynı olan sayıları topladığımızda elde edeceğimiz sayı da 6 tabanıdır.

O halde

$$\begin{array}{r} (32)_6 \\ (45)_6 \\ + \\ \hline \end{array}$$

(6 tabanında 7 rakamı kullanılamayacağından rakam tabana bölünür kalan sayı alınır. Yapılan bölme işlemindeki bölüm ise sonraki adımın eldesidir.

$$\begin{array}{r} 7 \quad | \quad 6 \\ - 6 \quad | \quad 1 \\ \hline 1 \\ (32)_6 \\ (45)_6 \\ + \\ \hline (121)_6 \end{array}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

8. Sayı tabanları aynı olduğuna göre işlemin sonucu da 5 tabanında olur. O halde

$$\begin{array}{r} (200)_5 \\ (132)_5 \\ - \\ \hline (13)_5 \end{array}$$

bulunur.

Doğru cevap B seçeneğidir.

9. $2^6 = 1.2^6 + 0.2^5 + 0.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 0.2^0$
 $= (1000000)_2$

olduğuna göre sayı 7 basamaklıdır.

a^n sayısı a tabanında $(n + 1)$ basamaklıdır. Sonda n basamağı sıfırdır.

Doğru cevap E seçeneğidir.

10. 27^6 sayısını 9 tabanında yazabilmek için öncelikle sayıyı 9'un kuvveti şeklinde yazmalıyız.

$$\begin{aligned} 27^6 &= (3^3)^6 \\ &= 3^{18} \\ &= (3^2)^9 \\ &= 9^9 \end{aligned}$$

olduğuna göre

$$27^6 = 9^9$$

$$= 1.9^9 + 0.9^8 + 0.9^7 + 0.9^6 + \dots + 0.9^2 + 0.9^1 + 0.9^0$$

$$= (100\dots00)_9$$

10 basamaklıdır.

Doğru cevap C seçeneğidir.

11. $3a^3 + 5a + 4$

ifadesinde a 'nın kuvvetlerinden bazıları yer almadığına göre yer almayan kuvvetlerin katsayılarının sıfır olduğunu düşünmeliyiz. O halde

$$\begin{aligned} 3a^3 + 5a + 4 &= 3a^3 + 0.a^2 + 5a^1 + 4.a^0 \\ &= (3054)_a \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

12. $(a25)_8$ sayısı 8 tabanında bir sayı olduğuna göre

$$a = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$$

değerlerini alır. Ancak sayının rakamları farklı olduğundan a sayısı 2 ve 5 değerlerini alamayacağından 5 farklı değer alabilir.

Doğru cevap B seçeneğidir.

Çözümler

13. Sayıları onluk tabana çevirelim.

$$\begin{aligned} (23)_5 &= 2 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 \\ &= 10 + 3 \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1x)_8 &= 1 \cdot 8^1 + x \cdot 8^0 \\ &= 8 + x \end{aligned}$$

olduğundan

$$(23)_5 = (1x)_8$$

$$13 = 8 + x \Rightarrow x = 5 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

14. $(43)_7$ sayısını dörtlülük tabanda yazalım. Bunun için öncelikle sayıyı onluk tabanda yazmalıyız.

$$\begin{aligned} (43)_7 &= 4 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0 \\ &= 28 + 3 \\ &= 31 \end{aligned}$$

dir. O halde sayının dörtlülük tabandaki eşiti

$$\begin{array}{r} 31 \quad | \quad 4 \\ - 28 \quad | \quad 7 \quad | \quad 4 \\ \hline \textcircled{3} \quad | \quad 4 \quad | \quad \textcircled{1} \\ \hline \textcircled{3} \quad | \quad \textcircled{3} \quad | \quad \textcircled{1} \end{array}$$

$$(43)_7 = 31 = (133)_4 \text{ ise}$$

$$(43)_7 = (xyz)_4$$

$$(133)_4 = (xyz)_4$$

$x = 1$, $y = 3$ ve $z = 3$ olur. Buradan toplam

$$x + y + z = 1 + 3 + 3 = 7 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

15. $(1102)_3$ sayısını 5 tabanında yazalım. Bunun için öncelikle $(1102)_3$ sayısının onluk tabandaki eşitini bulmalıyız.

$$\begin{aligned} (1102)_3 &= 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 \\ &= 27 + 9 + 2 \\ &= 38 \end{aligned}$$

olduğuna göre sayının 5 tabanındaki eşiti

$$\begin{array}{r} 38 \quad | \quad 5 \\ - 35 \quad | \quad 7 \quad | \quad 5 \\ \hline \textcircled{3} \quad | \quad 5 \quad | \quad \textcircled{1} \\ \hline \textcircled{3} \quad | \quad \textcircled{2} \quad | \quad \textcircled{1} \end{array}$$

$$(1102)_3 = 38 = (123)_5$$

dir. Buradan

$$(1102)_3 = (xyz)_5$$

$$(123)_5 = (xyz)_5$$

ise

$x = 1$, $y = 2$ ve $z = 3$, toplam ise

$$x + y + z = 1 + 2 + 3 = 6 \text{ dir.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

16. $(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$
 $= 1 \cdot a^2 + 2 \cdot a^1 + 1 \cdot a^0$
 $= (121)_a \text{ bulunur.}$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

1. Sayıları onluk tabanda yazalım.

$$\begin{aligned} \binom{210}{121}_x &= 1.x^2 + 2.x^1 + 1.x^0 \\ &= x^2 + 2x + 1 \\ &= (x+1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \binom{10}{24}_6 &= 2.6^1 + 4.6^0 \\ &= 12 + 4 \\ &= 16 \end{aligned}$$

olduğundan

$$\begin{aligned} \binom{121}{x} &= \binom{24}{6} \\ (x+1)^2 &= 16 \\ x+1 &= 4 \\ x &= 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

- 2.

$$\begin{array}{r|l} 7! & 6! \\ - 7! & \textcircled{7} \\ \hline \textcircled{0} & \end{array}$$

ise

$$7! = \binom{70}{6}_6$$

dir. O halde 7! sayısı 6! tabanında iki basamaklı bir sayıya denktir.

Doğru cevap A seçeneğidir.

3. $\binom{1x5}{7}_7$ sayısında x rakam olduğundan bu rakam 7'den küçük olmalıdır.

$\binom{51}{x}_x$ sayısında x taban olduğundan x, 5'ten büyük olmalıdır.

Buna göre $x = 6$ 'dır.

$$\binom{1x5}{7}_7 + \binom{51}{x}_x = \binom{165}{7}_7 + \binom{51}{6}_6$$

olacağından sayıları onluk tabana çevirelim.

$$\begin{aligned} \binom{210}{165}_7 &= 1.7^2 + 6.7^1 + 5.7^0 \\ &= 49 + 42 + 5 \\ &= 96 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \binom{10}{51}_6 &= 5.6^1 + 1.6^0 \\ &= 30 + 1 \\ &= 31 \end{aligned}$$

O halde

$$\binom{165}{7}_7 + \binom{51}{6}_6 = 96 + 31 = 127 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

4. Taban çift sayıysa, sayıların çiftlik - teklik durumu son rakam ile belirlenir.

Taban tek sayıysa, sayıların çiftlik - teklik durumu rakamların toplamı ile belirlenir.

- I. " $\binom{1234}{5}_5$ " sayısının tabanı tek ve $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ olduğundan sayı çifttir.

- II. " $\binom{1002}{6}_6$ " sayısının tabanı çift ve son terim de çift (2) olduğundan sayı çifttir.

- III. " $\binom{1021}{3}_3$ " sayısının tabanı tek ve $1 + 0 + 2 + 1 = 4$ olduğundan sayı çifttir.

- IV. " $\binom{4157}{9}_9$ " sayısının tabanı tek ve $4 + 1 + 5 + 7 = 17$ olduğundan sayı tektir.

- V. " $\binom{1132}{7}_7$ " sayısının tabanı tek ve $1 + 1 + 3 + 2 = 7$ olduğundan sayı tektir.

Buna göre sayıların 3 tanesi çifttir.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözümler

5. $\frac{37}{16}$ sayısını dörtlük tabanda yazalım.

$$\begin{aligned}\frac{37}{16} &= \frac{2.4^2 + 1.4^1 + 1.4^0}{4^2} \\ &= \frac{2.4^2}{4^2} + \frac{1.4^1}{4^2} + \frac{1.4^0}{4^2} \\ &= 2.4^0 + 1.4^{-1} + 1.4^{-2} \\ &= (2, 11)_4\end{aligned}$$

O halde

$$\begin{aligned}\frac{37}{16} &= (x)_4 \\ (2, 11)_4 &= (x)_4 \Rightarrow x = 2, 11' \text{dir.}\end{aligned}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

6. $(a \ b \ c)_7$
- 1 ler (+1) sayı 1 artar.
 - 7 ler (-3) sayı 7.(-3) azalır.
 - 49'lar (+2) sayı 49.(+2) artar.

O halde sayı $49.2 + 7.(-3) + 1$

= 78 artar.

Doğru cevap C seçeneğidir.

7. Verilen sayıları onluk tabanda yazalım.

$$\begin{aligned}\text{A) } (200)_3 &= 2.3^2 + 0.3^1 + 0.3^0 \\ &= 18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{B) } (23)_5 &= 2.5^1 + 3.5^0 \\ &= 10 + 3 \\ &= 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{C) } (1000)_2 &= 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 0.2^0 \\ &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{D) } (33)_4 &= 3.4^1 + 3.4^0 \\ &= 12 + 3 \\ &= 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{E) } (50)_7 &= 5.7^1 + 0.7^0 \\ &= 35\end{aligned}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

8. 36 sayısını 6 tabanında yazalım.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 6 \\ - 36 & 6 \\ \hline 0 & 6 \\ 0 & 6 \\ 0 & 6 \end{array}$$

olduğuna göre

$$\begin{aligned}36.(341)_6 &= (100)_6.(341)_6 \\ &= (34100)_6\end{aligned}$$

bulunur.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözümler

$$9. \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}_5 = 4 \cdot 5^0 + 3 \cdot 5^{-1} + 2 \cdot 5^{-2}$$

$$= 4 + \frac{3}{5} + \frac{2}{25}$$

$$= \frac{117}{25} \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

10. 15! sayısı 10 tabanında yazılan bir sayı olduğuna göre sonundaki sıfırların sayısını 15! sayısının içinde bulunan 10 çarpanı ile belirleriz. Bu durumda 15! sayısının 3 tabanında yazıldığında sonundaki sıfırlarının sayısını belirlemek için, içinde bulunan 3 çarpanlarını bulmalıyız.

$$15! = 3^x \cdot y$$

Şeklinde yazılabildiğine göre

$$\begin{array}{r} 15 \quad | \quad 3 \\ - \quad | \quad (5) \quad | \quad 3 \\ \hline \quad \quad | \quad (1) \end{array}$$

ise $x = 5 + 1 = 6$ basamağı sıfırdır.

Doğru cevap B seçeneğidir.

11. 4 tabanında yazılabilen iki basamaklı en büyük sayı $(33)_4$ 'tür.

$$(33)_4 + 1 = (33)_4 + (1)_4$$

$$= (100)_4 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

12. $54! - 1$ sayısı 10 tabanında yazılan bir sayı olduğuna göre sonundaki 9'ların sayısı $54!$ sayısının sonundaki sıfırlarının sayısı kadardır. Bu durumda $54! - 1$ sayısı 5 tabanında yazıldığında sonundaki 4'lerin sayısı $54!$ sayısının sonundaki sıfırların sayısına eşittir. $54!$ sayısının sonundaki sıfırları belirlemek için içinde bulunan 5 çarpanlarının sayısını bulmalıyız.

$$\begin{array}{r} 54 \quad | \quad 5 \\ - \quad | \quad (10) \quad | \quad 5 \\ \hline \quad \quad | \quad (2) \end{array}$$

ise $x = 10 + 2 = 12$ basamağı sıfırdır. O halde $54! - 1$ sayısının sondan 12 basamağı 4'tür.

Doğru cevap C seçeneğidir.

13. 7 tabanında yazılan rakamları farklı üç basamaklı en küçük çift sayı $(103)_7$ 'dir. Sayının onluk tabanındaki eşiti ise

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 210 \\ 103 \end{pmatrix}_7 &= 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0 \\ &= 49 + 3 \\ &= 52 \text{ 'dir.} \end{aligned}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

14. 24 taban olduğuna göre rakamlar 0'dan 23'e kadar değer alabilir. O halde $(121)_{24}$ sayısı

$$(121)_{24}, (121)_{24}, (121)_{24}$$

olmak üzere 3 farklı sayıyı temsil eder.

Doğru cevap C seçeneğidir.

$$\begin{array}{r} 8! \quad | \quad 7! \\ - \quad 8! \quad | \quad (8) \\ \hline (0) \end{array}$$

ise $8! = (80)_{7!}$ dir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

16. 49 sayısını 7 tabanında yazarsak,

$$\begin{array}{r} 49 \quad | \quad 7 \\ - \quad 49 \quad | \quad 7 \quad | \quad 7 \\ \hline (0) \quad - \quad 7 \quad | \quad (1) \\ \hline (0) \end{array}$$

$$49 = (100)_7$$

dır. Buna göre,

$$\begin{aligned} 49 \cdot (12)_7 + 7 &= (100)_7 \cdot (12)_7 + (10)_7 \\ &= (1200)_7 + (10)_7 \\ &= (1210)_7 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

1. $(abcd)_x$ de $x = 7$ ise, $(abcd)_7$ ifadesinin 7 tabanında yazılabilecek rakamları farklı en büyük eşiti $(6543)_7$ dir.

Doğru cevap A seçeneğidir.

2. $(abcd)_x$ de $d = 5$ ise, $(abc5)_x$ ifadesinde $5 < x$ olduğundan yazılabilecek en küçük sayı $x = 6$ 'da olacaktır. $(abc5)_6$ için en küçük rakamları farklı sayı $(1025)_6$ olacaktır.

Bu sayının on tabanındaki eşiti,

$$\begin{aligned} & \begin{array}{r} 3210 \\ (1025)_6 = 1.6^3 + 0.6^2 + 2.6^1 + 5.6^0 \\ = 216 + 0 + 12 + 5 \\ = 233 \text{ olarak bulunur.} \end{array} \end{aligned}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

3. $(abcd)_x$ de $x = 5$ ise $(abcd)_5$ de yazılabilecek en büyük sayı $(4444)_5$ ve en küçük sayı $(1000)_5$ tir.

$$(4444)_5 + (1000)_5 = (10444)_5 \text{ olacaktır.}$$

Bu sayının on tabanındaki eşiti,

$$\begin{aligned} & \begin{array}{r} 43210 \\ (10444)_5 = 1.5^4 + 0.5^3 + 4.5^2 + 4.5^1 + 4.5^0 \\ = 625 + 0 + 100 + 20 + 4 \\ = 749 \text{ olarak bulunur.} \end{array} \end{aligned}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

4. $(abcd)_x$ de $x = 4$ ise, $(abcd)_4$ sayısında a, b, c ve $d < 4$ olmak zorundadır. Buradan yazılabilecek rakamlar $\{0, 1, 2, 3\}$ olduğundan , yazılabilecek rakamları farklı dört basamaklı sayılar $\boxed{3} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} = 18$ tane dir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

5. $(xy)_{x+1}$ de $x = 5$ ve $y = 4$ ise $(54)_6$ sayısının 9 tabanındaki eşitini bulmak için sayı önce on tabanına, o sayıdan da 9 tabanına çevrilerek bulunur.

$$\begin{aligned} & \begin{array}{r} 10 \\ (54)_6 = 5.6^1 + 4.6^0 \\ = 34 \text{ t'ur.} \end{array} \end{aligned}$$

O halde sayının dokuzluk tabandaki eşiti,

$$\begin{array}{r} 34 \quad | \quad 9 \\ 27 \quad | \quad \textcircled{3} \\ \hline \quad \quad | \quad \textcircled{7} \end{array}$$

$$(34)_{10} = (37)_9 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

6. $(xy)_{x+1}$ de $x = 7$ ve $y = 5$ ise $(75)_8$ sayısının 7 tabanındaki eşitini bulmak için sayı önce on tabanına, o sayıdan da 7 tabanına çevrilerek bulunur.

$$\begin{aligned} & \begin{array}{r} 10 \\ (75)_8 = 7.8^1 + 5.8^0 \\ = 56 + 5 \\ = 61 \text{ dir.} \end{array} \end{aligned}$$

O halde sayının yedilik tabandaki eşiti,

$$\begin{array}{r} 61 \quad | \quad 7 \\ 56 \quad | \quad 8 \quad | \quad 7 \\ \quad \quad | \quad 1 \quad | \quad \textcircled{1} \\ \hline \quad \quad | \quad \textcircled{5} \quad | \quad \textcircled{1} \end{array}$$

$$(61)_{10} = (115)_7 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

7. $(xy)_{x+1}$ de $x = 8$ ise $(8y)_9$ sayısında y yerine, $y < 9$ ve rakamları farklı olduğundan dolayı 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7 yazılabileceğinden sekiz farklı sayı vardır.

Doğru cevap C seçeneğidir.

8. $(xy)_{x+1}$ de $y = 6$ ise $(x6)_{x+1}$ sayısında x rakam olduğundan bu rakam en büyük 9 olmalıdır.

$(96)_{9+1} = (96)_{10}$ olarak bulunur. O halde sayının sekizlik tabandaki eşiti,

$$\begin{array}{r} 96 \quad | \quad 8 \\ 8 \quad | \quad 12 \quad | \quad 8 \\ \hline 16 \quad | \quad 8 \quad | \quad \textcircled{1} \\ \hline 16 \quad | \quad \textcircled{4} \\ \hline \quad \quad | \quad \textcircled{0} \end{array}$$

$$(96)_{10} = (140)_8 \text{ olur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

